

Motion Design of Cam Mechanisms  
by Using Non-Uniform Rational B-Spline

Bewegungskurven von Kurvengetrieben unter  
Verwendung von Non-Uniform Rational B-Spline

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen  
Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades  
einer Doktorin der Ingenieurwissenschaften  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Thi Thanh Nga Nguyen

Berichter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. (UPT) Burkhard Corves  
Außerplanmäßiger Professor Dr.-Ing. Mathias Hüsing

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Juni 2018

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.



## Acknowledgement

Foremost, I would like to deeply thank my supervisor Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Burkhard Corves for giving me an opportunity to be a PhD student at the Institute of Mechanism Theory, Machine Dynamics and Robotics (IGMR). I am grateful for his helpful guidance, discussions, comments, and suggestions on the whole thesis.

Furthermore, I would like to specially thank Prof. Dr.-Ing. Mathias Hüsing as the second supervisor for giving me important comments, suggestions and encouragements. He also supported me a chance to be a student job at IGMR.

My big thanks go to Dr.-Ing. Stefan Kurtenbach for his time. He gave me not only many useful discussions and comments from the start to the end of my thesis but also many valuable experiences in the research.

I would say to thank Dr.-Ing. Duong Xuan Thang, working at Aachen Institute for Advanced Study in Computational Engineering Science (AICES), for carefully reading my thesis.

Especially, I would like to thank Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Schmidt for introducing me to IGMR to study in the RWTH - Aachen University, Germany.

I would like to thank Mrs. Schneider for helping me administrative procedures at IGMR. Many thanks go to all my colleagues at IGMR for their warmth and for helping me during the PhD student's life.

I would like to thank the Ministry of Education and Training (MOET) of Vietnamese government for supporting me the living expense during my study time in Germany.

Last but not least, my greatest thanks go to my two litter daughters, Pham Khanh Linh and Pham Bao Linh, for their love and for understanding me far away from home. I would specially thank to my mother-in-law and my husband for taking care my daughters during my study time in Germany.

Aachen, July 2018

Thi Thanh Nga Nguyen



## Abstract

The follower of cam mechanisms may flexibly perform its movement based on the shape of the cam element and the direct contact with the cam. With this feature, it is convenient to design a cam mechanism when an output motion is given by working requirements of machines.

The follower motion is characterized by the displacement, velocity, acceleration, and jerk functions. The acceleration is related to inertial forces of the follower. When an acceleration curve has abrupt changes, i.e., peak values, this will lead to large inertial forces. Therefore, contact stresses at the bearing and on the cam surface also change abruptly, which causes noise and surface wear. Additionally, the peak value of the jerk curve is also important in cam design since it determines the tendency of vibration in cam-follower systems. Thus, selecting a mathematic function to describe the motion of the follower is an important step in cam design. In this thesis, Non-Uniform Rational B-Spline (NURBS) is used to describe motion curves of the follower. With the properties of NURBS, the motion curves including peak values of the acceleration and jerk are shown to have advantageous characteristics compared to classical approaches.

To do this, the displacement, velocity, acceleration, and jerk functions are represented by NURBS curves. These curves are then determined by solving the system of linear equations under given boundary conditions of the displacement, velocity, acceleration, and jerk. Moreover, the main advantage of NURBS compared with other functions is that the NURBS curve can be controlled by its parameters such as weights and the knot vector. In this thesis, the computation of the knot vector is presented to evaluate its effect on motion curves.

Furthermore, finding values of the weight factor to reduce peak values of the acceleration and jerk, the multi-objective functions depended on the weight factor are expressed. For solving this problem, the simulated annealing algorithm is used to get the optimal value of weights.

Results of this thesis demonstrate that using NURBS for synthesizing motion curves is robust and effective because this may apply any motion curves of cam-follower systems. In addition, the kinematics of cam mechanisms is improved by controlling NURBS's parameters.



## Zusammenfassung

Das Eingriffsglied von Kurvengelenken kann seine Bewegung basierend auf der Geometrie der Kurvenscheibe und dem direkten Kontakt mit der Kurvenscheibe flexibel ausführen. Wegen dieser Eigenschaft ist es zweckmäßig ein Kurvengelenk zu entwerfen, wenn die Abtriebsbewegung durch die Betriebsanforderungen einer Maschine gegeben sind.

Die Bewegung des Eingriffsglieds wird charakterisiert durch die Auslenkungs-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Ruckfunktionen. Die Beschleunigung steht in Verbindung mit den Trägheitskräften des Eingriffsglieds. Wenn eine Beschleunigungskurve abrupte Wechsel hat, beispielsweise Spitzenwerte, wird dies zu großen Trägheitskräften führen. Daher wechseln Kontaktbelastungen im Lager und auf der Kurvenscheibenoberfläche ebenfalls abrupt, was Geräusche und Oberflächenverschleiß erzeugt. Es kommt hinzu, dass der Spitzenwert der Ruckkurve auch wichtig bei der Kurvengelenkgestaltung ist, denn er bestimmt die Tendenz zu Vibrationen des Kurvenscheiben-Eingriffsglied-Systems. Daraus folgt, dass die Auswahl einer mathematischen Funktion zur Beschreibung der Eingriffsgliedsbewegung ein wichtiger Schritt der Kurvengelenkgestaltung ist. In dieser Arbeit werden nicht-uniforme rationale B-Splines (NURBS) zur Beschreibung der Bewegungskurve des Eingriffsglieds genutzt. Mit Hilfe der Eigenschaften von NURBS wird gezeigt, dass Bewegungskurven, die Spitzenwerte von Beschleunigung und Ruck beinhalten vorteilhafte Charakteristiken gegenüber klassischen Ansätzen aufweisen.

Dazu werden die Auslenkungs-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Ruckfunktionen als NURBS-Kurven dargestellt. Diese Kurven werden im Anschluss bestimmt, indem das lineare Gleichungssystem unter den gegebenen Randbedingungen von Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Ruck gelöst wird. Ferner ist der Hauptvorteil von NURBS verglichen mit anderen Funktionen, dass die NURBS-Kurve durch ihre Parameter wie Gewichtungen und den Knotenvektor kontrolliert werden kann. In dieser Arbeit wird die Berechnung des Knotenvektors vorgestellt um seine seinen Effekt auf Bewegungskurven zu bewerten.

Außerdem werden, um Werte für den Gewichtungsfaktor zu finden, die Spitzenwerte von Beschleunigung und Ruck reduzieren, von dem Gewichtungsfaktor abhängige multikriterielle Funktionen formuliert. Um dieses Problem zu lösen wird der Simulated Annealing-Algorithmus genutzt, um den optimalen Werte der Gewichtungen zu erhalten.

Ergebnisse dieser Arbeiten zeigen, dass NURBS für das Synthetisieren von Bewegungskurven robust und effektiv ist, da sie auf jegliche Bewegungskurven von Kurvenscheiben-

Eingriffsglied-Systemen angewandt werden können. Zusätzlich wird die Kinematik von Kurvengetrieben durch die Einstellung der Parameter der NURBS verbessert.



## Content List

<b>Acknowledgement</b> .....	<b>iii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>v</b>
<b>Zusammenfassung</b> .....	<b>vii</b>
<b>Equation Signs and Indices</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Abbreviations</b> .....	<b>xvii</b>
<b>1 Introduction</b> .....	<b>1</b>
1.1 Motivation.....	1
1.2 Research objective and scope .....	4
1.3 Thesis outline.....	4
<b>2 State of the Art</b> .....	<b>7</b>
2.1 Cam - follower system.....	7
2.1.1 Cam and follower classification .....	7
2.1.2 Displacement program.....	10
2.2 Follower displacement function .....	11
2.2.1 Polynomial for motion curves .....	11
2.2.2 Harmonic and cycloidal functions .....	15
2.2.3 Piecewise polynomials.....	18
2.2.4 Bezier curve .....	20
2.2.5 B-spline.....	22
2.2.6 NURBS .....	25
2.3 Summary and deficits .....	27
<b>3 General Synthesis of Motion Curves Using NURBS</b> .....	<b>29</b>
3.1 Description of NURBS for motion curves.....	29
3.2 General synthesis of cam motion using NURBS.....	35
3.3 Selecting the degree of NURBS used for motion curves .....	37
3.4 Evaluating weights to motion curves.....	38
3.5 Summary.....	40
<b>4 Effect of the Knot Vector on Motion Curves</b> .....	<b>43</b>
4.1 Introduction to the knot vector .....	43

4.2	Computation of the knot vector for synthesizing cam motion .....	46
4.2.1	Parameter calculation.....	47
4.2.2	Knot vector generation for cam motion.....	49
4.2.3	Effect of the power $\alpha$ on motion curve.....	50
4.2.4	Parameter and knot distribution.....	57
4.3	Motion curve evaluation .....	64
4.4	Summary.....	68
<b>5</b>	<b>Optimizing Weight Factor of Motion Curves by Considering Kinematics.....</b>	<b>69</b>
5.1	Optimization problem.....	69
5.2	Multi-objective optimization of motion curves .....	70
5.3	Summary.....	73
<b>6</b>	<b>Simulated Annealing Algorithm for Optimizing Kinematics of Motion Curves .....</b>	<b>74</b>
6.1	Methodology of Simulated Annealing.....	74
6.1.1	Introduction to simulated annealing .....	74
6.1.2	Physical annealing .....	75
6.1.3	Simulated annealing algorithm .....	77
6.1.4	Cooling schedule .....	79
6.1.5	Generation of neighboring solutions .....	81
6.2	Process of multi-objective optimization by Simulated Annealing for motion curves .....	82
6.3	Simulated Annealing algorithm for motion curve optimization.....	85
6.4	Summary.....	88
<b>7</b>	<b>Application Examples.....</b>	<b>90</b>
7.1	Application for a small number of boundary conditions.....	90
7.1.1	Six boundary conditions .....	90
7.1.2	Eight boundary conditions.....	92
7.1.3	Nine boundary conditions.....	93
7.1.4	Cam drive engine.....	94
7.2	Application for a large number of boundary conditions.....	97
7.2.1	Cutting machine.....	98
7.2.2	Cam with twenty boundary conditions .....	99
7.2.3	Cam mock heart.....	102